PART2　対数の性質，底の変換公式

例題

次の計算をせよ。

(1)　$\log_6 3+\log_6 12$

(2)　$\log_2\sqrt{3}-\log_2\sqrt{6}+\frac{1}{4}\log_2 4$

(3)　$\log_2 3\cdot\log_3 4$

(4)　$(\log_2 9+\log_8 3)(\log_3 16+\log_9 4)$

Point Pickup

練習

次の計算をせよ。

(1)　$2\log_2\sqrt{2}-\frac{1}{2}\log_2 3+\log_2\frac{\sqrt{3}}{2}$　　(2)　$(\log_2 3+\log_8 27)(\log_3 4+\log_{81} 4)$

第 12 講　PART2 確認問題

次の計算をせよ。

1　$2\log_3 3\sqrt{3}-\frac{1}{2}\log_3 2+\log_3\frac{\sqrt{2}}{3}=$ ア

2　$(\log_2 3+\log_4 3)(\log_3 8+\log_{81} 16)=$ イ

PART2　対数の性質，底の変換公式

例題

次の計算をせよ。

(1)　$\log_6 3+\log_6 12$

(2)　$\log_2\sqrt{3}-\log_2\sqrt{6}+\dfrac{1}{4}\log_2 4$

(3)　$\log_2 3\cdot\log_3 4$

(4)　$(\log_2 9+\log_8 3)(\log_3 16+\log_9 4)$

(1)　$\log_6 3+\log_6 12=\log_6(3\times 12)=\log_6 36=\log_6 6^2=2$

(2)　$$\log_2\sqrt{3}-\log_2\sqrt{6}+\frac{1}{4}\log_2 4=\log_2\sqrt{3}-\log_2\sqrt{6}+\log_2(2^2)^{\frac{1}{4}}$$
$$=\log_2\sqrt{3}-\log_2\sqrt{6}+\log_2\sqrt{2}=\log_2\frac{\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{\sqrt{6}}=\log_2 1$$
$$=0$$

(3)　$$\log_2 3\cdot\log_3 4=\log_2 3\cdot\frac{\log_2 4}{\log_2 3}=\log_2 2^2=2$$

(4)　$$(\log_2 9+\log_8 3)(\log_3 16+\log_9 4)=\left(\log_2 9+\frac{\log_2 3}{\log_2 8}\right)\left(\frac{\log_2 16}{\log_2 3}+\frac{\log_2 4}{\log_2 9}\right)$$
$$=\left(\log_2 3^2+\frac{\log_2 3}{3}\right)\left(\frac{4}{\log_2 3}+\frac{2}{\log_2 3^2}\right)$$
$$=\left(2\log_2 3+\frac{1}{3}\log_2 3\right)\left(\frac{4}{\log_2 3}+\frac{2}{2\log_2 3}\right)$$
$$=\frac{7}{3}\log_2 3\cdot\frac{5}{\log_2 3}=\frac{35}{3}$$

練習

次の計算をせよ。

(1)　$2\log_2\sqrt{2}-\dfrac{1}{2}\log_2 3+\log_2\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　(2)　$(\log_2 3+\log_8 27)(\log_3 4+\log_{81} 4)$

(1)
$$\begin{aligned}2\log_2\sqrt{2}-\frac{1}{2}\log_2 3+\log_2\frac{\sqrt{3}}{2}&=\log_2(\sqrt{2})^2-\log_2 3^{\frac{1}{2}}+\log_2\frac{\sqrt{3}}{2}\\&=\log_2 2-\log_2\sqrt{3}+\log_2\frac{\sqrt{3}}{2}\\&=\log_2\left(\frac{2}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=\log_2 1=0\end{aligned}$$

(2)
$$\begin{aligned}(\log_2 3+\log_8 27)(\log_3 4+\log_{81} 4)&=\left(\log_2 3+\frac{\log_2 27}{\log_2 8}\right)\left(\frac{\log_2 4}{\log_2 3}+\frac{\log_2 4}{\log_2 81}\right)\\&=\left(\log_2 3+\frac{\log_2 3^3}{3}\right)\left(\frac{2}{\log_2 3}+\frac{2}{\log_2 3^4}\right)\\&=\left(\log_2 3+\frac{3\log_2 3}{3}\right)\left(\frac{2}{\log_2 3}+\frac{2}{4\log_2 3}\right)\\&=2\log_2 3\cdot\frac{5}{2\log_2 3}=5\end{aligned}$$

第12講　PART2 確認問題 解答

1

[正解] ア：2

[解説]

$$2\log_3 3\sqrt{3}-\frac{1}{2}\log_3 2+\log_3\frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$=\log_3(3\sqrt{3})^2-\log_3 2^{\frac{1}{2}}+\log_3\frac{\sqrt{2}}{3}$$ [A]

$$=\log_3 27-\log_3\sqrt{2}+\log_3\frac{\sqrt{2}}{3}$$

$$=\log_3\left(\frac{27}{\sqrt{2}}\cdot\frac{\sqrt{2}}{3}\right)$$ [A]

$$=\log_3 9=\log_3 3^2=\mathbf{2}$$

[A]　対数の性質

$\log_a MN=\log_a M+\log_a N$

$\log_a\frac{M}{N}=\log_a M-\log_a N$

$\log_a M^k=k\log_a M$

($a>0$，$a\neq 1$，$M>0$，$N>0$，k は実数)

2

[正解] イ：6

[解説]

$$(\log_2 3+\log_4 3)(\log_3 8+\log_{81} 16)$$

$$=\left(\log_2 3+\frac{\log_2 3}{\log_2 4}\right)\left(\frac{\log_2 8}{\log_2 3}+\frac{\log_2 16}{\log_2 81}\right)$$ [B]

$$=\left(\log_2 3+\frac{\log_2 3}{\log_2 2^2}\right)\left(\frac{\log_2 2^3}{\log_2 3}+\frac{\log_2 2^4}{\log_2 3^4}\right)$$

$$=\left(\log_2 3+\frac{\log_2 3}{2}\right)\left(\frac{3}{\log_2 3}+\frac{4}{4\log_2 3}\right)$$

$$=\frac{3\log_2 3}{2}\cdot\frac{4}{\log_2 3}$$

$$=\mathbf{6}$$

[B]　底の変換公式

$\log_a b=\frac{\log_c b}{\log_c a}$

(a，b，c は正の数，$a\neq 1$，$c\neq 1$)

特に，$b\neq 1$ のとき

$\log_a b=\frac{1}{\log_b a}$